Prof : Kdhir A

Série N°12

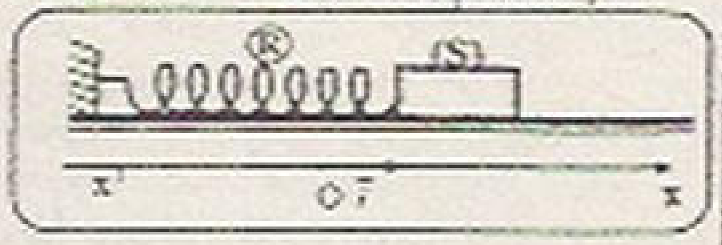
Evolution d'un système mécanique

Oscillations libres d'un pendule élastique

4ème Sc. M et T

Exercice 1

Un solide (S) supposé ponctuel de masse m = 100 g, est fixé à l'extrémité d'un ressort élastique de raideur K et d'axe horizontal. Le mouvement de (S) est étudié dans le repère (x'ox). On écarte le solide de sa position d'équilibre dans le sens négatif des élongations de 5 cm et l'on l'abandonne à lui même sans vitesse initiale à l'instant t = 0 s. A l'équilibre, la position de (S) coïncide avec l'origine O du repère. On néglige les frottements.



1) Etablir l'équation différentielle des oscillations.

2) a-Calculer la constante du raideur K du ressort sachant que la durée de 10 oscillations est 3,14 s.

b-L'équation horaire du mouvement du solide est $x(t) = X_m\sin(\omega t + \varphi_x)$.
Déterminer X_m et φ_x. Déduire l'expression de la vitesse instantanée v(t) du solide.

3) Etablir, avec les coefficients numériques, l'expression de l'énergie potentielle du système (solide, ressort) en fonction du temps. Représenter Ep(t).

4) a-Ecrire l'expression de l'énergie mécanique E du système à un instant t, en fonction de K, m, v et x.

b-Montrer que le système ((S), ressort) est conservatif et déterminer la valeur de E.

Exercice 2

Un solide (S) de masse m est attaché à l'une des extrémités d'un ressort parfaitement élastique, de constante de raideur K et de masse négligeable devant celle du solide. Le ressort est disposé horizontalement sur un plan parfaitement lisse. On écarte le solide de sa position d'équilibre d'une distance y_0 et on le lâche à un instant t = 0 s sans vitesse initiale.

On néglige les frottements et on étudie le mouvement du solide (S) relativement à un repère galiléen ($O,\vec{j}$) d'origine O, la position du centre d'inertie de (S) à l'équilibre.

1) a-A une date t quelconque, le centre d'inertie G de (S) a une élongation y et sa vitesse est v.
Etablir l'expression de l'énergie mécanique E du système (Solide, ressort) en fonction de y, v, K et m.

b-Montrer que cette énergie mécanique E est constante. Exprimer sa valeur en fonction de K et y_0.

c-En déduire que le mouvement de (S) est rectiligne sinusoïdal.

2) A l'aide d'un dispositif approprié, on mesure la vitesse instantanée v du solide (S) pour différentes élongations y du centre d'inertie G de (S). Les résultats des mesures ont permis de tracer la courbe $v^2 = f(y^2)$ (figure-2).

a-Justifier théoriquement l'allure de la courbe en établissant l'expression de v^2.

b-En déduire les valeurs de :

- la pulsation, la période et la fréquence du mouvement.
- l'amplitude y_m du mouvement de (S).

c-Etablir l'équation horaire du mouvement de (S).

c-Sachant que l'énergie mécanique E du système est égale à $2,5.10^{-2}$ joules, calculer les valeurs de la constante de raideur K du ressort et de la masse m du solide (S).

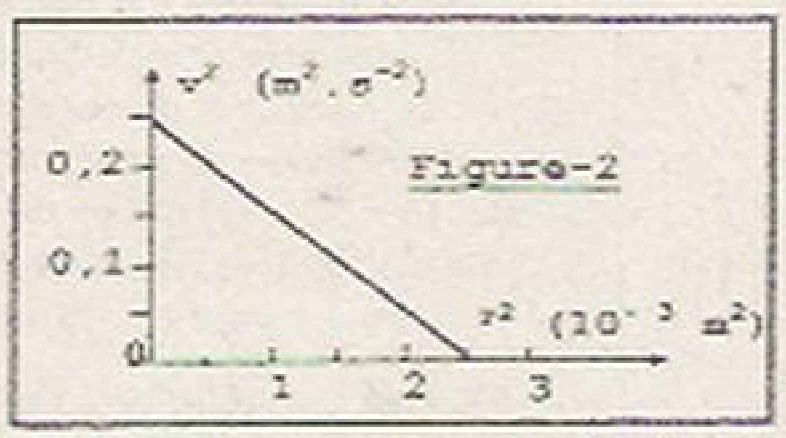


Figure-2

Exercice 3

Un pendule élastique disposé horizontalement, comporte un solide ponctuel (S) de masse m attaché à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur K (figure-1).
Le solide (S) peut coulisser sans frottement le long d'une tige (T). On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre d'une distance X_0 à partir de sa position d'équilibre et on l'abandonne à lui même à un instant t_0, choisi comme origine de temps.
Un dispositif d'enregistrement permet d'obtenir le diagramme de la **figure-2**. La position du solide est donnée par son élongation x relativement à un repère ($O,\vec{i}$) tel que $\vec{i}$ est un vecteur unitaire et l'origine O coïncide avec la position d'équilibre du solide.

1)Quelle est la nature des oscillations mises en jeu ?

2)Etablir l'équation différentielle reliant $\frac{d^2x}{dt^2}$ et x.

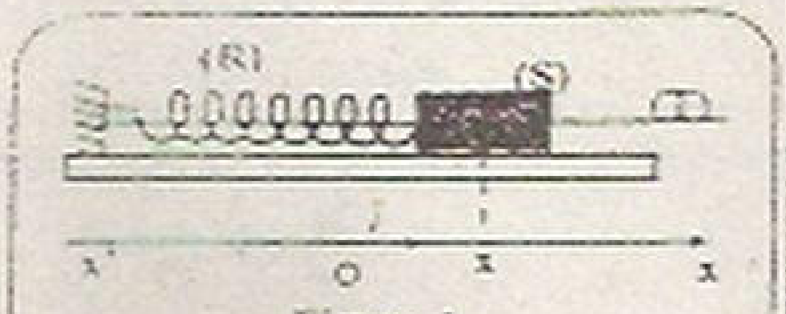


Figure-1

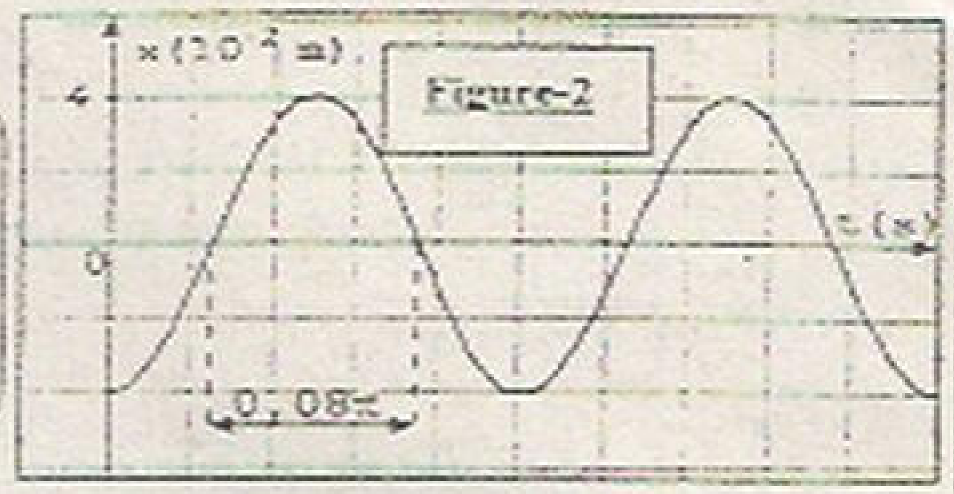


Figure-2

3)A partir du diagramme, Déterminer :

a-la fréquence propre des oscillations, l'élongation maximale X_m et la valeur de la phase φ_x à $t_0 = 0$ s.

b-Déduire l'équation horaire $x(t)$ de mouvement.

5)A l'aide d'un dispositif approprié, on obtient l'enregistrement représenté sur la figure -3 et correspondant à la variation de l'énergie cinétique du solide en fonction du temps.

a-Montrer que l'énergie cinétique du solide s'écrit :

$$E_c(t) = \frac{1}{4} K X_m^2 . [1 - \cos 2(\omega_0 t + \varphi_x)].$$

b-Déduire la valeur de K et celle m.

6)a-Montrer que le système est conservatif.

b-Quelle est la vitesse du centre d'inertie du solide au passage par sa position d'équilibre pour la première fois ?

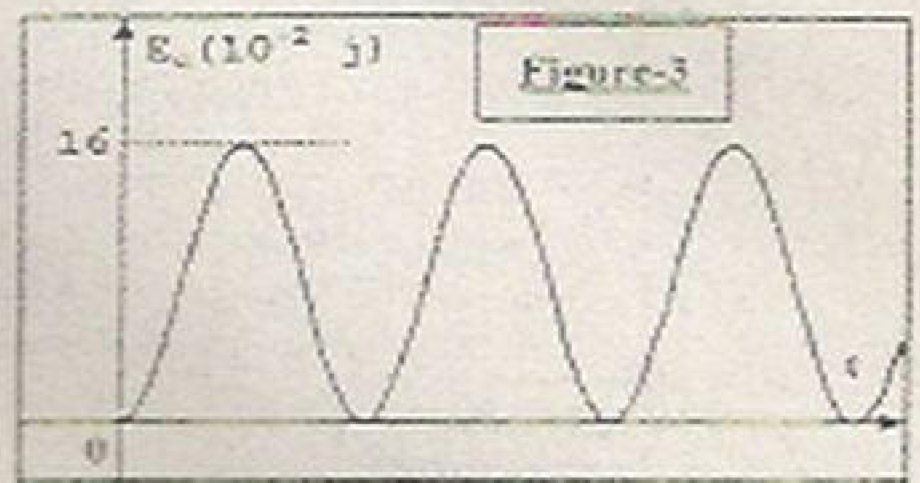


Figure-3

Exercice 4

On considère un oscillateur mécanique formé d'un solide (S) de masse m = 90 g et un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur K comme l'indique la figure-1.

La position du solide est donnée par son élongation x relativement à un repère $(O, \vec{i})$ tel que $\vec{i}$ est un vecteur unitaire et l'origine O coïncide avec la position d'équilibre du solide. On écarte (S) à partir de sa position d'équilibre et on le lâche sans vitesse initiale à la date t = 0 s.

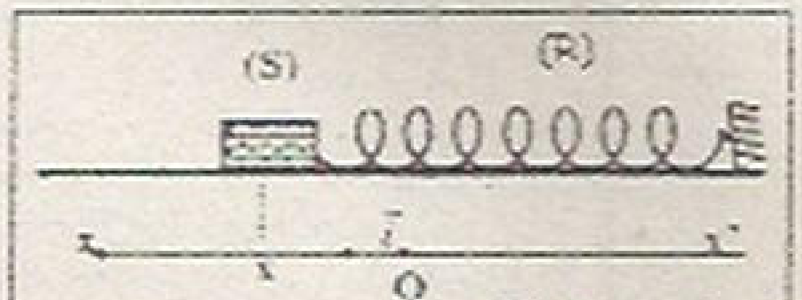


Figure -1

1)Etablir l'équation différentielle des oscillations en $x(t)$.

Déduire la nature du mouvement du solide.

De que type d'oscillations s'agit-il ?

2)La variation de l'élongation x du solide est donnée par le graphe de la figure-2

a-En exploitant la courbe, déterminer : L'amplitude X_m des oscillations, La fréquence propre N_0 de l'oscillateur, La phase initiale φ_x et la constante ou raideur K du ressort.

b-Préciser, en justifiant qualitativement, la nature des oscillations.

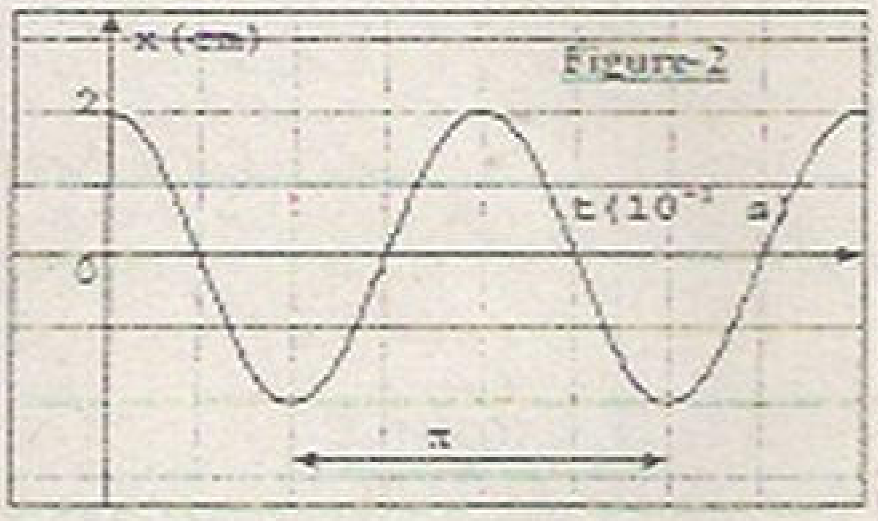


Figure-2

3)a-Ecrire l'expression de la vitesse instantanée $v(t)$ du solide.

b-Calculer la vitesse v du solide à son passage pour la première fois par la position d'équilibre.

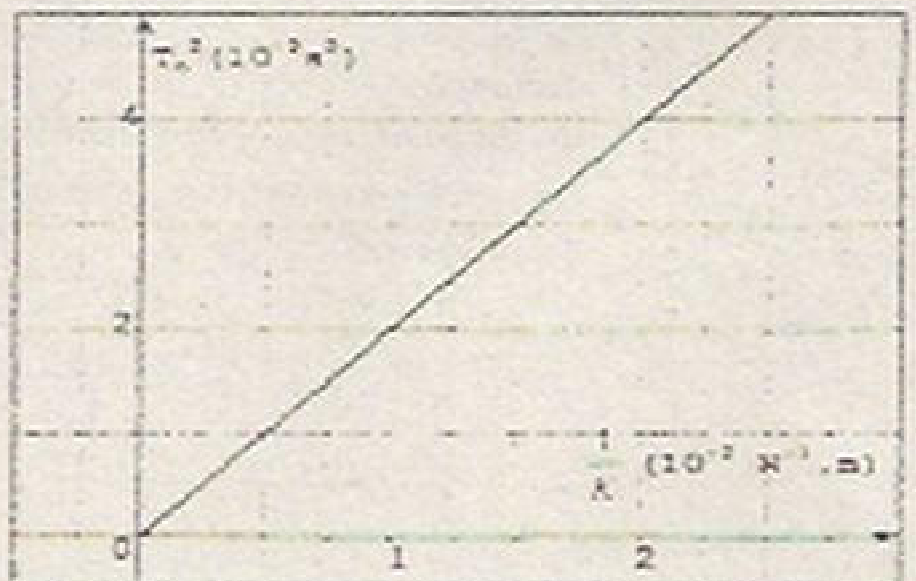
4)L'énergie mécanique du système (solide, ressort) est. $E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$

Montrer que cette énergie est constante et calculer sa valeur.

Exercice 5

Expérience 1

Pour déterminer la masse m d'un solide, pour mesure la durée θ de 10 oscillations d'un pendule élastique en variant à chaque fois le ressort et par suite la constante du raideur K. On détermine ensuite et dans chaque cas la période propre T_0 de l'oscillateur. Les résultats de mesures ont permis de tracer la courbe ci-dessous.



1)Préciser comment peut-on déduire expérimentalement T_0 ?

2)Déterminer l'équation numérique de la courbe.

3)Déduire la valeur de la masse m du solide.

Expérience 2

Pour déterminer la constante de raideur K d'un ressort à spires non jointives et de masse négligeable, on mesure la durée θ de 10 oscillations d'un pendule élastique en variant à chaque fois le solide et par suite la masse m. On détermine ensuite et dans chaque cas la période propre de l'oscillateur. Les résultats de mesures ont permis de dresser le tableau suivant :

1)Reproduire et Compléter le tableau.

2)Tracer la courbe $T_0^2 = f(m)$.

3)Déduire la valeur de K.

Masse m(kg)	0,2	0,4	0,6	0,8	1
θ(s)	6,28	8,88	10,88	12,56	14,05
T_0(s)					
T_0^2(s²)					